四、教學實踐研究計畫內容

（一）計畫主持人部分

1. 說明申請人於課程教學現場試圖解決之問題及問題之重要性。

在許多工程與科學的問題中，都會需要求解各種不同型式的代數方程式或是微分方程式，但是在大多數真實的複雜問題上，我們通常無法求得解的精確值，這時侯就需要用數值計算的方法在合理的誤差範圍之下尋找近似解。所以各種數值計算的方法和原理在工程和科學的應用上就顯得非常重要，尤其是在電腦的計算能力越來越強大，我們要處理的資料也越來越複雜的現在與未來，數值計算更是不可或缺的工具，因此「數值分析」是大學理工科系的重要課程之一。

「數值分析」這門課有很多面向，首先必須要讓學生有紮實的數學理論做為基礎，他們才能理解各種計算方法的誤差、穩定性、收斂性等性質背後的原理；另外，也要培養學生具有解決問題的能力，能夠根據問題的特性選擇適合的計算方法；最後學生要能實際動手寫程式並執行，以測試他們是否真能解決待答的問題，並驗證計算結果是否符合理論分析的結果；若是結果不符預期，是否能找出問題，甚至提出更快速或更準確的計算方法。

計畫主持人在應用數學系擔任大學部「數值分析」的教學工作已有多年的經驗，一直都覺得「數值分析」的課程內容應該是理論與實務並重，不僅要求學生學習到計算方法背後的數學原理，也希望學生能夠從做中學，一定要動手寫程式。因此我們每次的課程都是在電腦教室上課，先以實際的問題或觀察到的例子引起學生的動機，再利用講義介紹新的概念或是數值方法，並講解其背後的數學原理，接著示範一些例子，然後再以事先設計好的配合每週課程進度的學習單（如附錄 1），讓學生實際上機操作練習。學生依照學習單上的任務提示，循序漸進修改並測試程式以驗證所學的數值方法，並回答學習單上的問題。

雖然我們在這門課程的內容設計與教學方式上已經相當重視學生對於數學原理的理解與撰寫程式的實作能力，但以傳統的教學媒介而言，數學原理與計算方法的介紹通常是以板書、或是教師自行設計的講義、投影片等方式呈現，而程式的實作則是切換到另一個介面，例如撰寫程式的編輯器、或是程式語言的開發環境，因此課程內容和程式實作實際上是以兩個不同的介面來呈現。而學生在這兩種不同介面之間切換時，很有可能就因此而分心，整個學習的節奏與流暢性就被打斷了，進而降低學生的興趣並對其學習成效產生不良的影響。

或許大多數的教師都對此習以為常，但是為了能提升學生學習的流暢性，以保持學生的專注力，**我們希望能將此二者結合在一起，設計一套新的教學媒介。**不僅可以呈現數值方法與數學原理等課程內容，同時也可以讓學生直接在講義裡面測試教師提供的範例或撰寫自己的程式、並觀察程式執行的結果是否和理論相符，如此可以提升學生學習的便利性與流暢性。同時，這樣的教材設計可以增加學生與教材之間的互動性，因為每位學生都可以依照各人不同的想法，修改講義上的範例與程式，並即時測試其結果而加以驗證，因此只要學生多做嚐試，就可以得到更多的體驗與新的發現，進而培養學生動手深究問題的能力，達到探究式教學的目的。

以往我們在課堂上都是以 Matlab 作為撰寫程式以驗證數值計算結果的語言。Matlab 有它的優點，例如直譯式的語言學生容易上手，圖形介面操作簡單，且有許多內建的數學函數與數值計算的函式庫可以使用，以及良好的繪圖工具可以呈現數值計算的結果。但是 Matlab 畢竟是商用軟體，學校購置 Matlab 的校園授權版所費不貲，而且每年的維護費用也不便宜，畢竟本校的規模較小，無法每年編列這麼多的預算，因此通常本校購置的 Matlab 都無法更新。還有，Matlab 許多外加的函式庫都是要另外收費的，所以如果沒有額外購買那些套件當然就無法使用。另外因為是校園授權版，所以外宿的學生無法在校外使用，只能到電腦教室上機，如此就造成學生要利用課後時間自行複習與撰寫程式作業的不便，大大降低其學習的動機。

因此，本計畫希望能為大學部的「數值分析」課程發展出一套可以結合「教材內容」與「程式撰寫執行」的互動式講義，提昇學生學習此課程的流暢性，讓學生可以經由這份講義的引導進行更多的探索，得到更多的體驗與發現。與這門課程搭配的程式語言必須是易學且免費的，同時具有豐富且開放的函式庫與套件，讓學生易於取得，且可安心使用；還要能配合科技產業發展的趨勢，是許多公司企業所採用的程式語言，以增進學生未來進入職場的就業能力。

2. 說明申請人近 5 年課程教學經驗與成果，包含：相關開設課程、學生學習表現、相關教材建構或發表、教學評鑑回饋等。

計畫主持人有 8 年以上的「數值分析」與「微積分」教學經驗，在近 5 年中亦開設大學部的向量微積分、向量分析、數學史等課程，以及碩士班的數值微分方程、科學計算與矩陣計算等課程。計畫主持人也曾在 104 學年度上學期開設「數學與電腦」的選修課程，這是本系首次教學生使用 Python 的課程，課程內容除了基本的 Python 語法之外，亦包含使用 Jupyter notebook 作為教學的介面, 以及介紹 Matplotlob、numpy 和 sympy 等套件的使用。

在計畫主持人用心且具啟發性的教學引導之下，任教班級的學生大部分都能有相當良好的學習成效與表現，例如，計畫主持人指導任教「微積分」班級的學生參加本校歷年舉辦的全校性微積分競試，在每年得獎的全校前 10 名學生中，100 學年度有 3 位（包含第 1、2 名，如圖 1， http://uutw.com.tw/shownew.asp?id=15441，請參閱相關新聞連結），103 學年度有 5 位（包含前 3 名）是計畫主持人任教班級的學生（該項競試已於 104 學年之後停辦）。雖然在計畫主持人任教微積分的班級中有不少學習成就表現優良的學生，但是也有不少學習動機較低或學習成績落後的同學，而這些同學更需要教師的引導與協助。

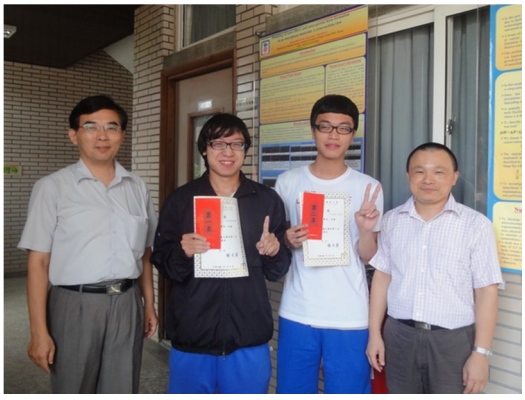


圖 1. 微積分授課老師與本校理工學院院長以及材料系一年級的微積分競試第一、二名得獎同學合影。

為了在課堂上能以生動活潑的方式呈現課程內容，激發同學的學習興趣，計畫主持人自行開發數位化教材，不使用廠商提供的制式講義。在自行開發的教材中，搭配許多圖表與動畫（如圖 2），使學習者能得到深刻、清晰的印象。所有公式的推導也都是逐行逐步呈現，使學習者的目光能聚焦在當前的教學重點上，思維也能隨著教師的引導，逐步建立起完整的概念。所有自製的教材都事先上傳至任教大學的教學網站，可讓修課同學自由下載，作為課前預習與課後複習的材料。

另外，為了讓學生便於進行課後的複習，計畫主持人將課堂上一些重要的課程內容與理論證明的部分錄製成教學影片，上傳至 youtube 作為自學的教材，學生可以依各人的需要反覆觀看，例如關於 Geshgorin Circle Theorem 的講解與證明影片，請參閱 https://youtu.be/pm06QJb2O48，以及方陣的 2-norm 與譜半徑的定理證明影片，請參閱 https://youtu.be/fkSwssQmlwo。

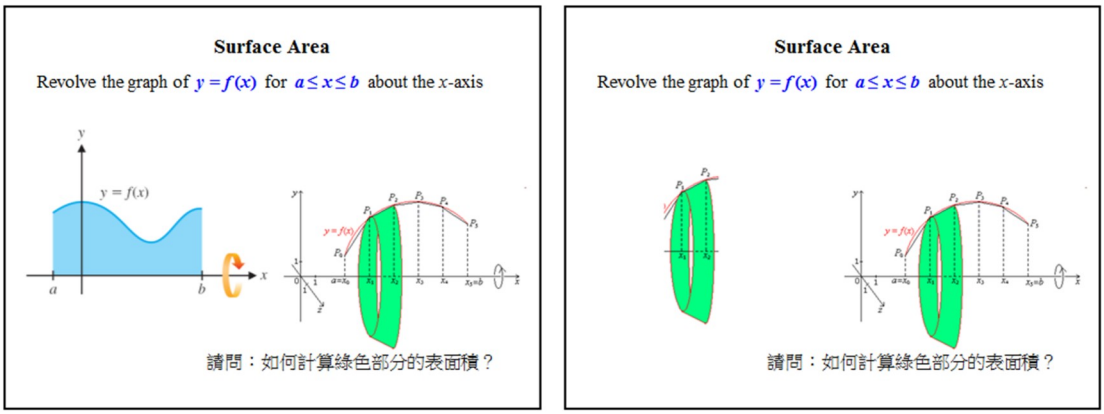


圖 2. 製作數位教材，引起學生的注意與興趣，以動畫演示的方式幫助學生理解。

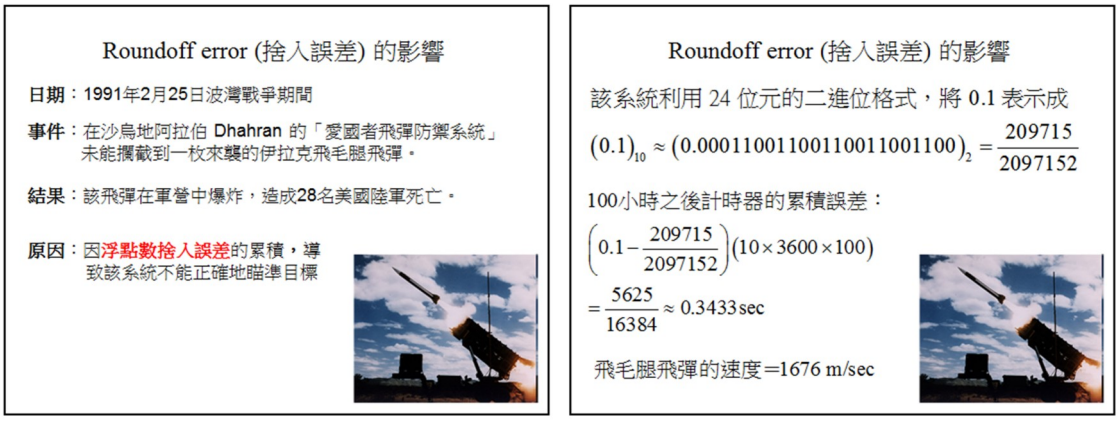


圖 3. 教材示例 — 以波灣戰爭期間伊拉克飛彈擊中美軍在沙烏地阿拉伯 Dhahran 基地的軍營造成嚴重傷亡為例，說明「捨入誤差」經過累積之後可能造成致命的後果。

為使學生能夠體會「數值分析」每個單元概念在我們所處的世界中的重要性與實際應用，計畫主持人在每個單元的教學之中都會融入一些真實的案例或重要的問題，以引起學生的興趣，加深其印象，讓學生了解「數值分析」課程所學的內容其實是跟我們的生活習習相關。同時也藉由這些補充的教材拓展學生的視野，希望學生能夠將課堂所學的知識轉化成探究問題與解決問題的能力。

例如，在談到「捨入誤差」的時侯，我們會以波灣戰爭期間伊拉克飛彈擊中美軍在沙烏地阿拉伯 Dhahran 基地的軍營造成嚴重傷亡為例（如圖 3），提醒學生不可輕忽捨入誤差經過累積之後可能造成的致命後果。又例如，在介紹求解非線性方程式的數值理論之前，我們會先以儲蓄險的利率問題和凡德瓦的氣體方程式說明非線性方

程式求解在生活中與科學研究中的實際應用（如圖 4）。還有，在介紹求解特徵值的數值方法之前，我們以 1940 年美國塔科馬海峽吊橋坍塌的事件讓學生了解特徵值（即系統的共振頻率）在確保大型工程建築結構之安全性的重要角色（如圖 5）。

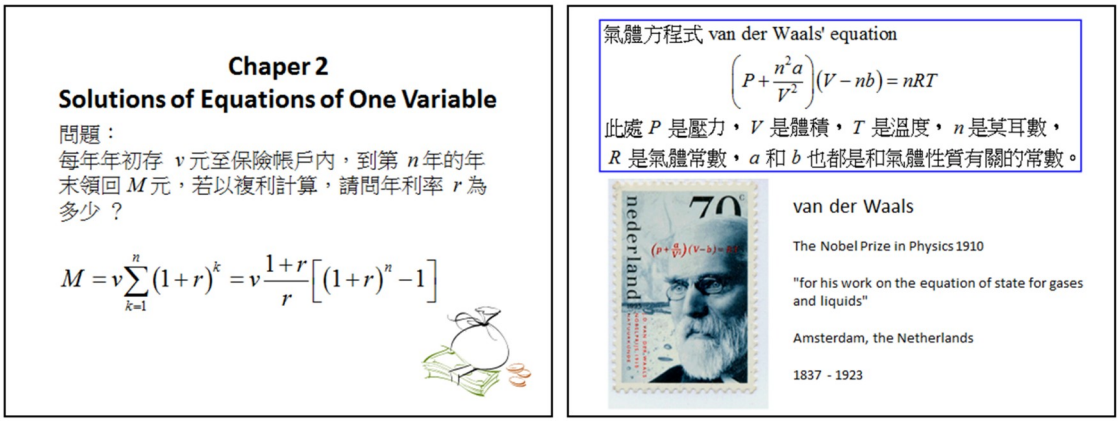


圖 4. 教材示例 — 以儲蓄險的利率問題和凡德瓦的氣體方程式說明「非線性方程式求解」的實際應用。

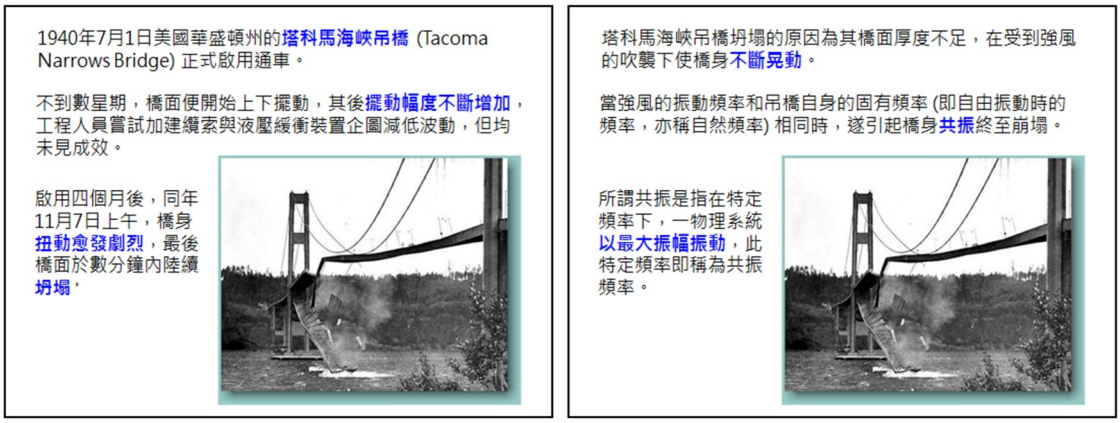


圖 5. 教材示例 — 以 1940 年美國塔科馬海峽吊橋坍塌的事件說明「特徵值」（此例中為系統的共振頻率）在工程建築中的重要性。

另外，為了幫助學生易於理解課程內容，計畫主持人時常利用電腦輔助軟體以動態模擬的方式展示數學概念，例如在「微積分」以積分計算旋轉體體積與表面積的單元，還有多變數函數的極值與積分的單元中，我們利用 Geogebra 製作了很多很棒的範例（如圖 6），在課堂上示範給學生看，使學生更容易理解這些函數與曲面的意義，提昇學生的學習成效。又例如在「向量微積分」介紹擺線方程式的課程單元中，我們利用 GSP 軟體製作擺線生成的動畫，讓學生經由觀察質點的運動軌跡，能對擺線有更具體深刻的瞭解（如圖 7）。

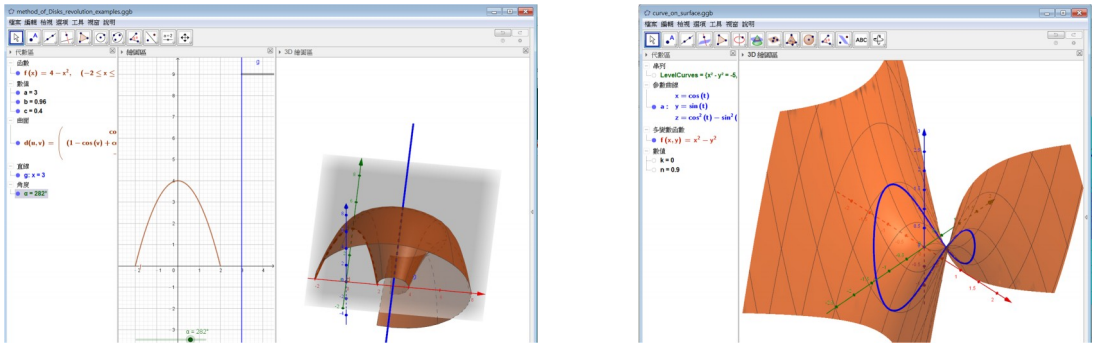


圖 6. 以 Geogebra 製作旋轉體與函數、曲面的立體圖像，幫助學生理解課程內容。

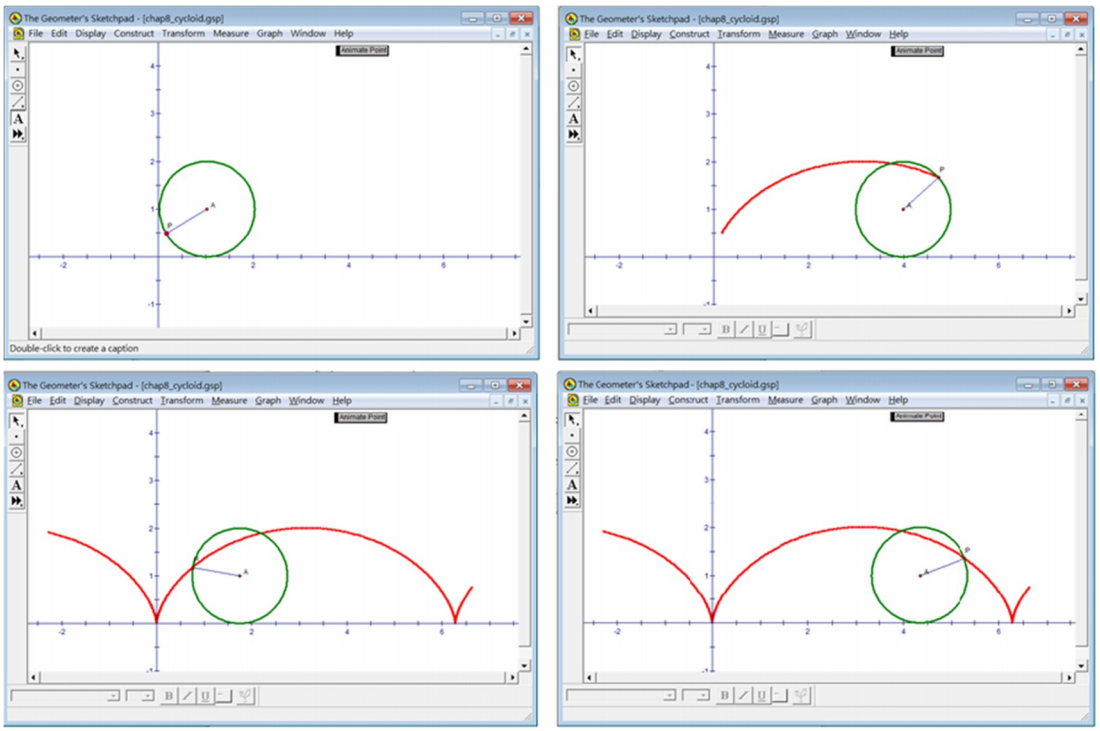


圖 7. 製作動態模擬的數位教材，幫助學生學習。

學生對於立體幾何的問題，只看圖片可能還無法完全理解，為讓學生能有更直接的體驗，我們製作立體的模型輔助教學。例如：在「微積分」的課程中，要計算兩個圓柱垂直相交的共同部分的體積，我們指導學生動手製作真實的模型，讓學生觀察其構造，如此才能真正理解如何應用切片法進行積分以計算該物體的體積(如圖 8)。

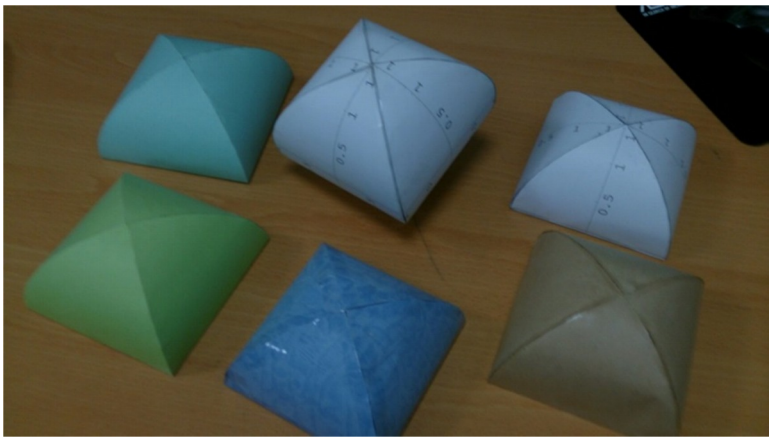


圖 8. 指導學生實際動手製作模型，讓學生有具體經驗，可幫助學生理解。

雖然數學課比較多理論性的內容，在計畫主持人的課堂講授之中，為了掌握學生是否瞭解課程內容，同時也為了激發學生的思考，我們都會設計搭配每週課程進度的學習單或是隨堂練習，在課堂上發給每位同學練習。讓學生不只是聽老師講，也讓學生動手寫、動腦想。如果學生解題的過程發生困難，能夠立刻向教師反映，教師可立即知道學生遭遇到的困難，並給予適當的引導與回饋。

為了使學生能夠對他們所學的知識有完整、全面性的概念，而不只是零碎片斷的公式與定理，所以在課堂上都會補充與課程主題相關的歷史背景與發展脈絡，還有相關的數學家或科學家的事蹟。藉由數學史的融入，期望學生能在人類歷史與思想演化的背景中，對他所學的知識產生共鳴。例如，在「數值分析」介紹牛頓法求非線性方程式的數值解的單元中，我們會介紹其實早在古希臘 Heron 的書上就記載了類似

的方法，鼓勵學生以所學的牛頓法原理解釋為什麼 Heron 的方法是有效的，讓學生感受到數學是從古代開始就從各個不同的面向被應用在我們的生活之中，藉此逐漸拓展學生的視野、建立學生的數學文化素養。

在「數值分析」的課程中，計畫主持人亦帶領學生前往台南科學園區，參訪國家高速網路與計算中心台南分部（如圖 9），以拓展學生的視野，讓學生與產業界有接觸，落實學用合一。除此之外，為展現學生的學習成果，也讓學生能從學習中獲得成就感，計畫主持人亦於學期末舉辦課程成果發表，提供學生發表學習成果的機會，以達成綜合所學、自我肯定和建立自信的教育目標（如圖 10、圖 11）。



圖 9. 帶領學生前往台南科學園區參訪國家高速網路與計算中心台南分部，加強與產業界的結合，使學生了解產業脈動。



圖 10. 舉辦「數值分析」期末課程成果發表，與會的師生來賓參觀修課學生發表的海報內容。

在加強與修課學生之間的連繫與溝通方面，計畫主持人也為不同的課程建立網路群組，將課程資訊、講義、習題同步公佈在群組裡，同學們可以在群組裡提出問題，老師亦可利用群組進行解題教學，使教師與學生之間在課後時間能有更多的互動，並使修課學生在遇到問題時能得到即時的協助，不受每週固定上課時間與空間的限制。

例如，計畫主持人在支援本校師資培育中心開設「普通數學」的課程中，具體的作法是在該課程的網路群組中發布和教師檢定與教師甄試有關的數學題目讓同學作答，每週至少出 5~6 題。同學以手機將自己作答的過程拍下來再上傳至課程群組（如圖 12）。利用群組主動提醒的功能，只要老師一出題，同學第一時間就可以從手機上看到題目；只要有同學作答並上傳，老師也可以馬上批改並提供回饋；其他同學馬上知道有人回答，所以他們也會跟著做。利用同儕的學習氛圍，培養學生「自發性」的學習精神。



圖 11. 舉辦「數值分析」期末課程成果發表，修課學生向參加發表會的來賓說明其海報內容並回答問題。



圖 12. 利用網路社群與手機拍照上傳的功能隨時隨地進行解題教學。

題目有分不同的難度，同學不必每題都回答，老師也會出一些較基本的題目保留給不曾回答過的同學。因此，學生回答的情況越來越熱烈，有些題目甚至出現三、四種不同且都正確的解法。對於答錯的同學，老師也會經由提示，引導學生自己發現錯誤，所以其他同學也能夠從別人嘗試修正的解題過程中得到啟發，達到「共好」的目的。

以往學生只能看到老師對自己作業批改的結果，但是在社群裡，所有學生都可以看到別人的作法以及老師的評語，彼此互相觀摩，比較各種不同方法的優缺點，進步更快也學得更多。同時，學習從不同的角度來看待問題，能夠讓學生建立更寬廣的視野，與更多元的觀點。這正是計畫主持人一貫的教育理念，並致力在教學現場營造正向、積極的學習氣氛，以提昇學生的參與感和成就感。

除此之外，我們都知道，在課堂上問學生有沒有問題，或是請同學回答，通常學生都不太有反應。但是如果讓學生使用手機上網回答問題，學生幾乎都會願意回答。因此我們也設計一些基本概念型的問題，在課程到達一個段落的時侯，利用 Kahoot、Zuvio 等 IRS（即時回饋系統）網站進行快問快答的活動（如圖 13），以吸引學生的注意力，讓每位學生都能參與作答，使課堂上有更活潑的氣氛。在圖片與背景音樂的搭配之下，學生都會聚精會神地使用手機上網回答問題。學生可以看到自己的得分因而獲得正向的激勵，藉此幫助同學們在學習中獲得成就感。老師也可以馬上看到全班

回答的統計結果，知道全班有多少同學答錯，以及有哪些較常犯的錯誤類型，可以作為即時補救的參考。




圖 13. 在課堂中利用 Kahoot 即時回饋系統進行快問快答，可以即時得知學生答題的情形。

計畫主持人在任教大學之歷年教學意見評量結果如下：（滿分為 5 分）

近 5 年（102~106 學年度）計畫主持人的教學意見評量結果

學年度	學期	開課班級	課程名稱	必選修	學分數	修課人數	平均	標準差
102	1	應數二	幾何學(一)	選	3	16	4.5	0.66
102	1	應數四	數學史	選	3	28	4.1	0.75
102	1	材料一	微積分(一)	必	3	38	4.6	0.56
102	2	應數三	數值分析	必	3	35	3.8	0.73
102	2	材料一	微積分(二)	必	3	48	4.3	0.71
103	1	應數三	數值分析	必	3	31	4.2	0.8
103	1	應數二	向量分析	選	3	19	4.5	0.59
103	1	材料一	微積分(一)	必	3	50	4.0	0.75
103	2	應數碩一	分析通論	必	3	12	4.2	0.62
103	2	材料一	微積分(二)	必	3	52	4.4	0.67
104	1	材料一	微積分(一)	必	3	52	4.3	0.67
104	1	應數二	數學與電腦	選	3	32	4.4	0.74
104	1	應數碩電機博合	科學計算	選	3	7	4.0	0.62
104	2	材料一	微積分(二)	必	3	48	4.2	0.68
104	2	應數三	數值分析	必	3	36	4.5	0.59
104	2	應數碩電機博合	矩陣計算	選	3	4	4.3	0.75

105	1	材料一	微積分(一)	必	3	46	4.3	0.69
105	1	應數三	數值分析	必	3	40	4.2	0.6
105	1	應數系碩合	數值微分方程	選	3	5	4.3	0.64
105	2	材料一	微積分(二)	必	3	45	4.4	0.59
105	2	應數系二、三合選	向量微積分	選	3	21	4.3	0.71
106	1	師培一 A 學程	普通數學	必	2	61	4.7	0.54
106	1	應數三	數值分析	必	3	30	4.5	0.68
106	1	材料一	微積分(一)	必	3	51	4.1	0.78
106	2	師培一 A 學程	普通數學	必	2	48	4.3	0.73
106	2	應數碩一	數值微分方程	選	3	9	4.4	0.71
106	2	材料一	微積分(二)	必	3	50	4.3	0.66
平均							**4.30**	

以下為「數值分析」課程的學生開放性意見回饋：

105 學年度第一學期

1	希望老師可以開些好玩的選修課
2	講課很仔細,很樂於解答我們提出的問題

106 學年度第一學期

1	老師教學上課用功 雖然被老師當了 3 次 但認真覺得老師很用心備課 而且 我有事情沒辦法去的內容 剛好老師有錄音 方便 把課補回來 Good!!! (希望我能畢業！)

（以上資料來源為計畫主持人任教大學之教學意見調查網站）

3. 說明申請人近 5 年教學相關成果/參與社區發展(申請 USR 專案)/技術實作(申請技術實作專案)與教學實踐研究計畫之關聯。

計畫主持人對於「數值分析」的教學有多年的經驗，但仍不斷思考如何改進教學，以提供學生更好的教學品質，使學生獲得最大的學習成效，除了在理論方面給予學生具體且完整的解釋,更注重培養學生做手做、寫程式解決問題的能力。另一方面，每年入學的學生背景、程度都不盡相同，計畫主持人亦每年持續更新部分教材，希望用最適合學生的方式進行教學，使學生能體驗「數值分析」的開創性、實用性與豐富的數學內涵，並能增進其未來進入職場的就業力。

同時，計畫主持人也獲得任教大學 106 學年度的「教學績優教師」，以及 106 學年度第 1 學期「教師教學創新獎勵」銀質獎。提出此教學實踐研究計畫，目的是為了發展**能與學生產生互動的講義教材**以引發學生的學習興趣,並使學生能在動手寫程式

與探索程式的執行結果之中，獲得具體的經驗，進而理解各種數值計算理論的原理，使「數值分析」的教學不只是老師單方面的講授，而是一種互動、觀察、探索與反思的歷程；不只讓學生學到知識，也能培養學生具備實際動手進行探究問題與解決問題的能力。

(二) 計畫執行內容部分

1. 研究動機與主題目的

(1) 教學實踐研究計畫動機

計畫主持人在應用數學系擔任大學部「數值分析」的教學工作已有多年的經驗，雖然我們在這門課程的內容設計與教學方式上已經相當重視學生對於數學原理的理解與撰寫程式的實作能力，但以傳統的教學媒介而言，數學原理與計算方法的介紹通常是以板書、或是教師自行設計的講義、投影片等方式呈現，而程式的實作則是切換到另一個介面，例如撰寫程式的編輯器、或是程式語言的開發環境，因此課程內容和程式實作實際上是以兩個不同的介面來呈現。

或許大多數的教師都對此習以為常，但是**我們希望能進一步將此二者結合在一起，設計一套新的教學介面。**不僅可以呈現數值方法與數學原理等課程內容，同時也可以讓學生直接在講義裡面測試教師提供的範例或撰寫自己的程式、並觀察程式執行的結果是否和理論相符，如此可以提升學生學習的便利性與流暢性。同時，這樣的教材設計可以增加學生與教材之間的互動性，因為每位學生都可以依照各人不同的想法，修改講義上的範例與程式，並即時測試其結果而加以驗證，因此只要學生多做嚐試，就可以得到更多的體驗與新的發現，進而培養學生動手深究問題的能力，達到探究式教學的目的。

近年來新的程式語言 Python 越來越受到歡迎與重視，許多著名的企業與大公司，例如 Google、Facebook、Twitter、NVIDIA、Dropbox 等都使用 Python 進行內部系統的開發，同時聘用許多精通 Python 的程式設計師。Python 是直譯式的語言，其特色是簡單、明確、易讀、易學，因此 Python 也是目前資料科學領域，實作機器學習和深度學習最熱門的程式語言，擁有豐富且完全免費的相關套件，以及活躍的開發社群。因此，計畫主持人規畫之後的「數值分析」課程將以 Python 作為撰寫程式以驗證數值計算結果的語言，讓學生可以熟悉現在產業界最熱門的程式語言，而且 Python 是完全免費的，學生只要在自己的電腦上安裝 Python 的開發環境，就可以在家撰寫並測試程式，大大地提升使用上的便利性。

選擇 Python 作為「數值分析」課程執行並測試演算法的語言，還有一個最大的優點，就是 Python 可以搭配 Jupyter notebook 的環境，以網頁的方式撰寫並執行程式。在 Jupyter notebook 的頁面中，有兩種不同的區塊模式，一種是「程式區塊（Code cell）」，另一種是「內文區塊（Markdown cell）」（如圖 14）。這兩種區塊模式可以同時並存於同一個頁面中，我們可以利用「內文區塊」呈現數值方法和數學原理等課程內容，而且因為它支援 Latex 語法，因此可以印出各種複雜的數學符號；而程式區塊可以用來編輯和執行程式，程式執行完之後，會把執行結果呈現在程式區塊的下方，我們也可以引用 matplotlib 套件，以類似 Matlab 的方式，將程式執行的結果用圖形的方式呈現出來（如圖 15）。另外，整個程式可以拆開分散在不同的程式區塊，並且分開執行，

如此可以讓學生一步一步的觀察到程式執行的結果，幫助學生理解程式的內容。

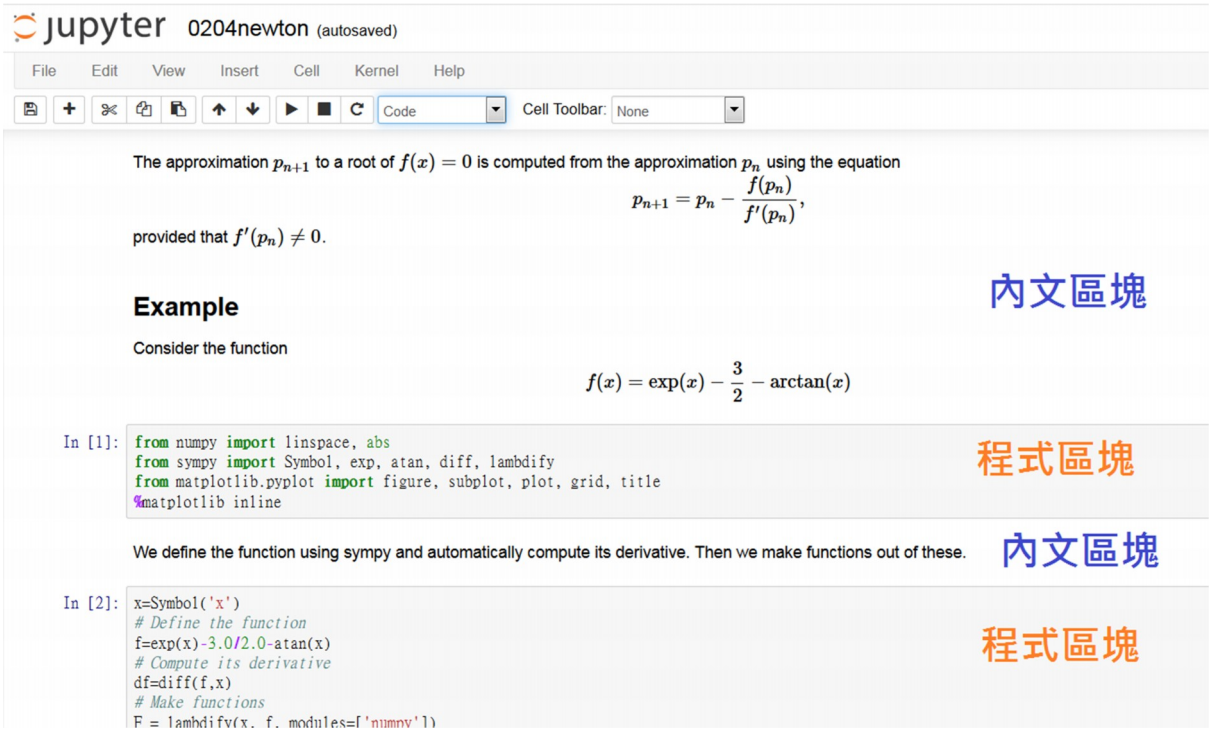


圖 14. Jupyter notebook 可以有兩種不同的區塊，「程式區塊（Code cell）」和「內文區塊（Markdown cell）」。

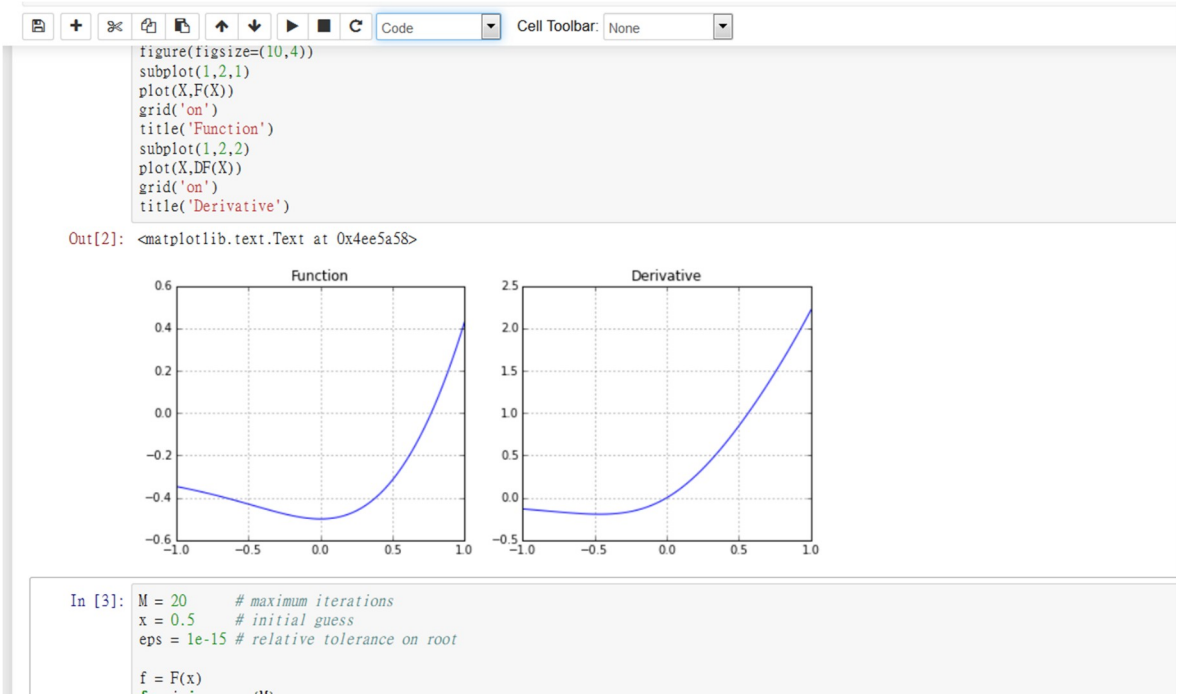


圖 15. Python 的 Matplotlib 套件可以讓使用者在 Jupyter notebook 中實現和 Matlab 類似的繪圖功能。

(2) 教學實踐研究計畫主題及研究目的

基於上述動機，本教學實踐研究計畫的主題即是在計畫主持人所任教的大學之理工學院應用數學系的「數值分析」課程中，以引導學生動手進行探索的精神，利用 Jupyter notebook 的環境和 Python 語言，發展一套可以結合課程學習內容與程式撰寫並執行的教學講義，並在計畫主持人 108 學年度下學期開設的「數值分析」的課堂中，以帶領學生實際上機實作的方式，搭配這份互動式教學講義，逐步引導學生進行各種數值方法與分析理論的探索式學習。同時探討這樣的探索式學習活動對於應用數學系大學部的學生對於學習「數值分析」的態度、還有認知過程、與學習成就等方面是否具有實質正向的助益。

2. 文獻探討

國內外關於以 Jupyter notebook 進行「數值分析」教學，以提升教學成效的研究結果並不多，(Ketcheson, 2014) 是目前我們能找到的唯一一篇相關的研討會論文，他們的教材是針對研究所的課程內容設計的。該篇論文提到，以此方式學習「數值分析」的研究所學生，在修完課程的一年之後給予授課教師的回饋是認為這種方式對於學習此課程相當有幫助。所以本計畫內容應該是相當具有創新與前瞻性的。

3. 研究方法

(1) 研究設計說明

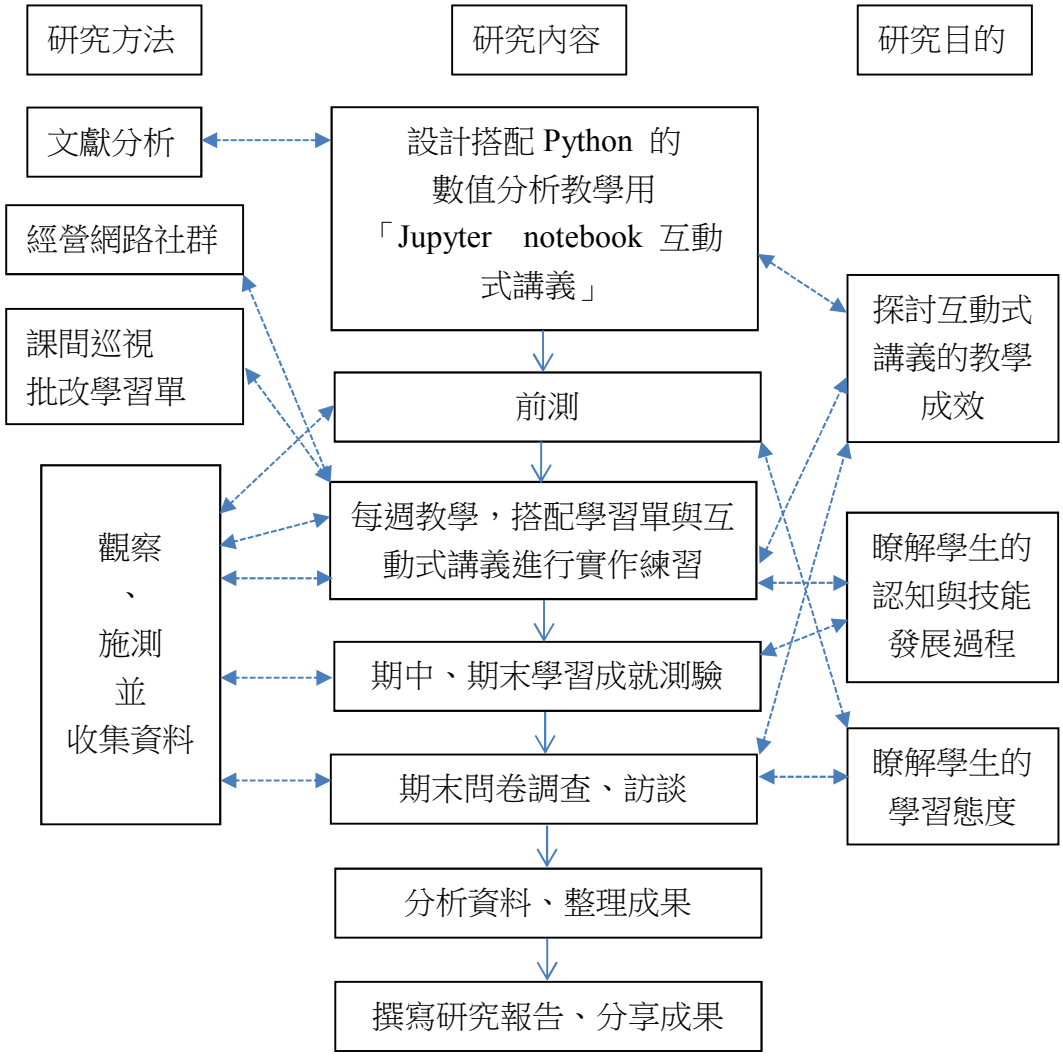
本教學實踐計畫之課程設計為應用數學大學部三年級下學期的數值分析，課程內容包含微積分和線性代數的預備知識、非線性方程式的數值解、多項式插值逼近、數值積分與數值微分、求解常微分方程初始值問題的數值方法、線性方程組的迭代求解方法等單元，本課程強調理論與實務並重，不僅要求學生學習到計算方法背後的數學原理，也希望學生能夠從做中學，一定要動手寫程式。因此設計這套「Jupyter notebook 互動式講義」，希望能將「講解數值方法和數學原理等課程內容」與「程式示範與實作測試驗證」兩部分結合在一個教學媒介之中，以提升學生學習的流暢性，保持學生的專注，避免學生因為學習介面的轉換而分心。

本課程規畫在電腦教室上課，先以實際的問題或觀察到的例子引起學生的動機，再利用「Jupyter notebook 互動式講義」介紹新的概念或是數值方法，並講解其背後的數學原理，接著示範一些例子，然後再以事先設計好的配合每週課程進度的學習單，讓學生實際上機操作練習。學生依照學習單上的任務提示，循序漸進修改並測試程式以驗證所學的數值方法，並回答學習單上的問題。老師可以在學生上機實作的期間在課堂間巡視，瞭解並紀錄學生實作的情況，必要時給予適當的協助。這樣的教材設計可以增加學生與教材之間的互動性，因為每位學生都可以依照各人不同的想法，修改講義上的範例與程式，即時測試其結果並加以驗證，因此只要學生多做嚐試，就可以得到更多的體驗與新的發現，進而培養學生動手深究問題的能力，達到探究式教學的目的。

(2) 研究步驟說明

A. 研究架構

本計畫的研究架構如下：



B.研究範圍

本教學實踐計畫之課程規劃為理工學院應用數學系大學部三年級下學期之「數值分析」。計畫主持人將於上學期先行設計製作每個單元的「Jupyter notebook 互動式講義」與學習單，再於下學期實施的課堂教學中使用此互動式講義並搭配教科書 Numerical Methods, 4th edition, Faires & Burden，並請學生配合課程進度實際上機完成學習單上的任務，評量方式分為每週學生上機實作的情形與學習單的完成內容、課後作業、以及期中與期末的學習成就測驗。

C.研究對象

本計畫之研究場域為計畫主持人任教之大學，研究對象為理工學院應用數學系大學部三年級的學生，人數估計約為 35 人。「數值分析」是本系大學部三年級應用數學學程學生的必修科目，學生之背景是大一學過微積分、線性代數、以及計算機概論，大二學過程式設計與微分方程。但是，根據以往的經驗，大部分的學生表示線性代數沒學好，也忘記有學過泰勒定理，所以計畫主持人在上課時都會先幫學生複習先備知識。整體而言，學生程度差異性較大。

D.研究方法及工具

(A) 製作每個單元的「Jupyter notebook 互動式講義」與學習單，於教師講解完之後，供學生進行程式實作練習，教師則於課堂巡視，瞭解學生的學習情形並提供必要的協助。

(B) 編製期中、期末學習成就測驗題本，進行施測，以評量學生的學習成就。

(C) 一對一晤談：為了深入了解學生對於「互動式講義」的反應，在接近學期末的時侯，研究者利用晤談來蒐集學生對「互動式講義」的學習心得，以及在理解數學原理與程式實作上的困難和心態上的轉變。晤談對象則是根據學生在測驗中的成績，由高至低分成三組，每組各取三名學生進行一對一晤談。擬定晤談大綱如下：

① 你喜歡用「Jupyter notebook 互動式講義」學習數值分析嗎？原因是？

② 用「Jupyter notebooken 互動講義」會讓你比較喜歡寫程式嗎？

③ 用「Jupyter notebooken 互動講義」對你寫程式有幫助嗎？

④ 你覺得用「Jupyter notebook 互動講義」寫程式對你學習數值分析有幫助嗎？

⑤ 你上課前會事先準備如何用「Jupyter notebook 互動講義」寫程式？

⑥ 你比較喜歡用課本與傳統式的講義學習？還是比較喜歡用「Jupyter notebook 互動講義」學習？

⑦ 你會利用「Jupyter notebook」製作學習筆記嗎？

(D) 問卷調查：為了調查全班學生對於授課教師以「Jupyter notebook 互動講義」進行「數值分析」教學與程式實作活動的反應，我們以問卷調查的方式（如附錄 3），蒐集全班學生的意見，再加以分析。

E.資料處理與分析

(A) 量的分析研究：為了解本班學生在利用「Jupyter notebook 互動式講義」進行數值分析的學習與程式實作的活動之後，其學習成就與往年的學生成績相比是否有顯著的差異，本計畫將以期中、期末之學習成就測驗的成績表現與歷年學生的學習表現進行比較。

(B) 質的分析研究：透過學習單、問卷調查、晤談等方式，以「質性分析」了解學生對這套互動式講義有何心得與回饋，期能充分解釋本研究的各項結果所代表的意義，做為後續教學改進的參考。

F.實施程序

本教學實踐研究工作項目之實施時程規劃如下：

時程 工作內容	上學期						下學期					
	8月	9月	10月	11月	12月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月
文獻蒐集與閱讀	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
設計製作 Jupyter notebook 互動式講義	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●		
開設課程							●	●	●	●	●	
進行教學觀察分析							●	●	●	●	●	
經營課程網路社群							●	●	●	●	●	●
實施問卷調查							●				●	
進行訪談										●		
教學成效分析								●	●	●	●	●
撰寫研究報告								●	●	●	●	●

具體實施程序如下：

(A) 上學期先蒐集文獻資料，設計製作配合課程內容之 Jupyter notebook 互動式講義，並於下學期的課堂教學實踐之中，依據學生的反應與學習狀況持續修正。

(B) 下學期課程實施前，先發給學生「知情同意書」，講解本研究的進行方式與學生的權益保障方式，由學生填寫是否同意參加本研究再收回整理。之後利用學前問卷（如附錄 2）與「前測」瞭解學生的舊經驗，以作為教學起點。

(C) 每次在電腦教室上課時，先以互動式講義講解數值方法的概念與原理，之後再以學習單讓學生進行實作練習，教師則在課堂巡視，觀察並紀錄學生的實作情況，必要時給予協助。教師於課後批改學生的學習單與作業，並撰寫「教師省思札記」，（如附錄 4），進行課程的檢討與下一週課程實施前的修正。

(D) 期中與期末進行學習成就測驗檢視學習成果。

(E) 學期末對學生進行問卷（如附錄 3）填寫，並抽樣進行訪談，進一步瞭解學生對於學習數值分析與程式實作的態度是否有轉變，以及學生對於互動式講義的學習心得。

(F) 蒐集研究成果資料及學生學習單、測驗卷、問卷；並就蒐集的資料進行整理分析及檢核；發現教學實踐的成效與待改進之處，提供後續教學研究與精進的參考。

4.預期完成工作項目與成果

(1)預期完成之教學成果

A. 以 Jupyter notebook 環境搭配 Python 語言，發展一套可以結合課程學習內容與程式撰寫並執行的教學講義，並在計畫主持人108學年度下學期開設的「數值分析」的課堂中，以帶領學生實際上機實作的方式，搭配這份互動式教學講義，逐步引導學生進行各種數值方法與分析理論的探索式學習。

B. 建立授課班級的「數值分析」社群網站，利用網路的便利性與即時性，增加教師與學生之間經常性的互動，讓師生溝通的管道更加暢通。例如教師將上課講義、課程錄影等教材放在社群網站上，學生在學習「數值分析」或是在撰寫程式方面若有任何疑問，可以在網站上提出來跟老師、助教或同學討論，並留下紀錄。

(2)預期達成之學生學習成效

A. 在學生的學習態度與認知歷程方面，計畫主持人以問卷調查的方式，採用李斯特之五點量表，蒐集學生的意見，之後再以 SPSS 分析問卷，比較「前測」與「後測」之結果有無差異。希望以「Jupyter notebook 互動式講義」進行「數值分析」教學的方式能使學生更樂於動手撰寫程式，並且能在測試與觀察程式執行結果的過程中得到更多的體驗，對於數學原理能有更深刻的理解。

B. 在學生的知識與技能方面，計畫主持人以課堂巡視與學習單完成的情形瞭解並評量學生上機實作的表現，再以學習成就測驗（期中、期末）評量學生在「數值分析」各單元的學習成就並與歷屆學生的成績做比較，希望以「Jupyter notebook 互動式講義」進行「數值分析」教學的方式能有效提升學生的對於數值計算與理論分析的知識與技能。

(3)預計教學成果公開發表分享之規劃

A. 參加教學與課程的教師專業社群，分享教學理念與改進教學方法之經驗。

B. 參加成果發表會，分享教學過程所遭遇到的問題以及解決問題的方法。

C. 利用影音網站與社群媒體分享教學成果。

D. 撰寫研究論文，將成果發表於國內外相關期刊，分享教學實踐研究經驗。

(4)教學成果對教學社群/參與社區發展(申請 USR 專案)/技術實作(申請技術實作專案)可能產生之影響與貢獻

A. 為大學部的「數值分析」課程發展一套以 Jupyter notebook 與 Python 搭配的互動式教材講義，並進行教學實踐研究。待研究完成之後提出實施成效的研究報告，作為其他教師的教學參考與應用。

B. 將這套教材公開發佈於網路上，並與其他教師進行教學分享。

C. 課堂學習單的蒐集與分析可幫助研究者和其他教師更進一步了解大學生學習數值分析與程式實作的認知與學習歷程，繼續改良本教材，設計出更能引起學生學習興趣，並有助於提升學生學習成效的優良講義。

D. 計畫主持人與其他教師可從此經驗中理解如何運用教學實踐研究進行教學精進與研究，並藉由實踐研究中的教師自我省思，瞭解自己教學的優缺點，作為進一步成長之參考。

5.參考文獻

Ketcheson, D. I. (2014). Teaching numerical methods with IPython notebooks and inquiry-based learning. *Proceedings of the 13th Python in Science Conference*.

【附錄 1】

104 學年度 第二學期 應用數學系 數值分析 第 2 週隨堂練習

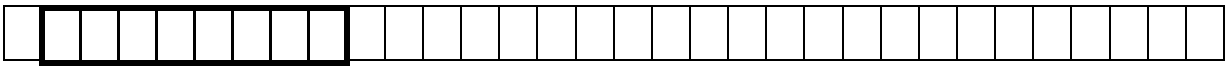
班級　　學號　　姓名

==========

1.2 Floating-point Numbers

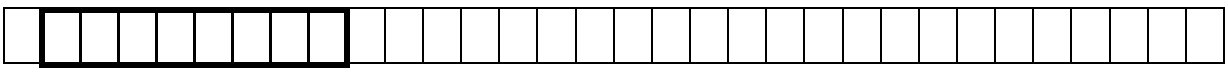
一、請寫出 $\frac{2}{3}$ 的二進位正規表示法

二、請將 158.375 轉成 IEEE-754 的單精度浮點數表示式（要寫出計算過程）

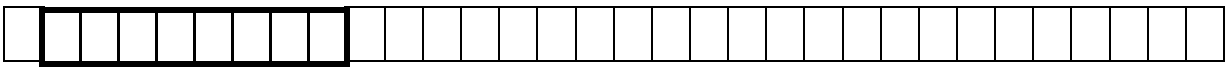


三、利用上課介紹的網站觀察

(1) 4.999999761 如何存成單精度浮點數?



(2) 4.999999762 如何存成單精度浮點數?



(3) 0<u>01111111</u>00000000000000000000000 = ? 答：

(4) 0<u>01111111</u>00000000000000000000001 = ? 答：

四、ε_M是什麼意思，它的值 = ?

五、觀察「單精度浮點數」能夠儲存 16777219 嗎?

請問 $fl(16777219) = ?$

六、請完成下列證明：單精度浮點數相對捨入誤差的大小為 $\dfrac{|x - fl(x)|}{|x|} \le \dfrac{1}{2}\varepsilon_M$

證明：設 $x = (1.a_1a_2a_3...a_{23}a_{24}a_{25}...)_2 \times 2^k$

若 $a_{24} = 0,$ 則 $fl(x) = (1.a_1a_2a_3...a_{23})_2 \times 2^k$

故 $\dfrac{|x - fl(x)|}{|x|} = \dfrac{|(0.0a_{25}a_{26}...)_2 \times 2^{-23}|}{|(1.a_1a_2a_3...a_{23}a_{24}a_{25}...)_2|} \le \dfrac{1}{2}\varepsilon_M$

若 $a_{24} = 1$

【附錄 2】

「數值分析」學前問卷調查表

一、請問你以往撰寫程式的經驗與程度如何？

二、請問你對「數值計算」的印象是什麼？

三、你對老師教學計畫中的教學內容、教學方式或評量方式是否有些建議？

教學內容：

教學方式：

評量方式：

四、其他

【附錄 3】

學後問卷調查表

以下題目請用勾選V方式作答

	項目	非常同意	同意	普通	不同意	非常不同意
1	我喜歡用老師編寫的「Jupyter notebook 互動講義」進行探索學習					
2	用「Jupyter notebooken 互動講義」讓我比較喜歡寫程式					
3	用「Jupyter notebooken 互動講義」對我寫程式是有幫助的					
4	我覺得用「Jupyter notebook 互動講義」寫程式對我學習數值分析是有幫助的					
5	我上課前會事先準備如何用「Jupyter notebook 互動講義」寫程式					
6	和課本與傳統式的講義相比，我比較喜歡用「Jupyter notebook 互動講義」學習					
7	我會利用 Jupyter notebook 製作學習筆記					

【附錄 4】

教師教學省思札記

週次	日期 時間	單元名稱 主題

一、主要教學活動

二、學生課堂反應情況

三、教師心得

四、學生上機實作情況

五、課程檢討